



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

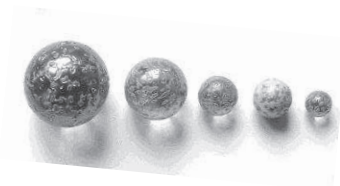


Épreuve pratique de Mathématiques Classe de Troisième

Sujet n° 1 : DES BILLES DANS UN VERRE

Un verre cylindrique de base de rayon 3 cm et de hauteur 5,8 cm est rempli d'eau jusqu'à une hauteur de 5 cm.

On possède une série de 30 billes : la première a un rayon de 1 mm, la deuxième a un rayon de 2 mm, la troisième a un rayon de 3 mm, ainsi de suite jusqu'à la trentième bille qui a un rayon de 30 mm.



Rappels:

Volume d'un cylindre $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

Volume d'une boule $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$ R désigne le rayon de la boule.

Préambule :

A l'aide d'un tableur, calculer le volume en mm^3 de chacune des trente billes, arrondi au centième, en fonction de leur rayon en mm.

Défi 1 :

Quel est le rayon de la plus grande bille que l'on peut mettre dans le verre sans que l'eau déborde ?
On utilisera le tableur pour justifier sa réponse.

Défi 2 :

On dépose maintenant une par une les billes dans le verre, dans l'ordre croissant de leur rayon. Quel est le nombre maximum de billes que l'on peut placer dans le verre sans que l'eau ne déborde ?
On utilisera le tableur pour justifier sa réponse.

Sujet n° 2 : DES FAMILLES DE TROIS ENFANTS

On suppose que :

- chaque naissance a autant de chances d'être celle d'un garçon que celle d'une fille,
- le sexe d'un enfant d'une famille ne dépend pas du sexe des enfants précédents.

Dans une famille de trois enfants, Antoine pense qu'il y a une chance sur deux pour que les trois enfants soient du même sexe. Que penser de cette affirmation ?

1. A l'aide d'un tableur, simuler 150 compositions de familles de trois enfants en faisant afficher les éléments suivants :

	A	B	C	D	E	F
1	Famille n°	1 ^{er} enfant	2 ^{ème} enfant	3 ^{ème} enfant	Nombre de filles	Nombre de garçons
2	1					
3	2					
4	3					
150						
151	150					

2. A l'aide du tableur, déterminer la fréquence des familles ayant trois enfants du même sexe lors de cette simulation. Effectuer plusieurs simulations en utilisant la touche F9 (ou CTRL MAJ F9). Que penser de la conjecture d'Antoine ?

Sujet n° 3 : PROGRAMMES DE CALCUL

On considère le programme de calcul suivant :

Choisir un nombre
 Prendre son double
 Ajouter 3
 Calculer le carré du résultat
 Enlever 9

Partie I :

1. A l'aide d'un tableur, faire fonctionner le programme avec des nombres entiers positifs.
2. Les affirmations suivantes vous semblent-elles vraies ou fausses ?

Affirmations	VRAI	FAUX
Le programme de calcul ne donne jamais un résultat divisible par 3		
Le résultat est un multiple de 4		
8 est toujours un diviseur du résultat		

Partie II :

On choisit maintenant au départ un nombre quelconque.
 Les affirmations suivantes vous semblent-elles vraies ou fausses ?

Affirmations	VRAI	FAUX
Le programme donne toujours un résultat positif		
Le programme donne 0 pour exactement deux nombres		
Le programme peut donner -10 comme résultat		

Sujet n° 4 : URBANISME



Devant le manque de places de parking dans le centre-ville, la mairie de Cayenne a décidé d'aménager une nouvelle aire de stationnement, représentée par un parallélogramme noir sur la photo aérienne ci-contre.

Ce nouvel espace devra offrir des places de stationnement accessibles depuis les deux rues qui la bordent.

Cependant dans un souci écologique la mairie tient à ce que ce nouvel aménagement inclut un espace vert le plus grand possible.

Données techniques :

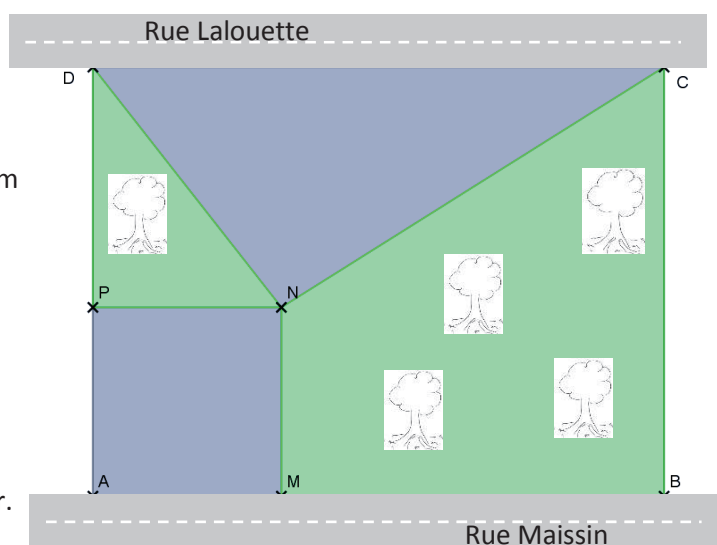
L'espace à aménager est un rectangle de longueur AB, 8 hm et de largeur BC, 6 hm.

L'aire de stationnement est composée :

- d'un carré AMNP, qui donne sur la première rue ;
- d'un triangle NDC qui donne sur la seconde rue.

Le reste de l'espace sera occupé par deux parcs arborés.

M est un point sur [AB] dont la position reste à déterminer.



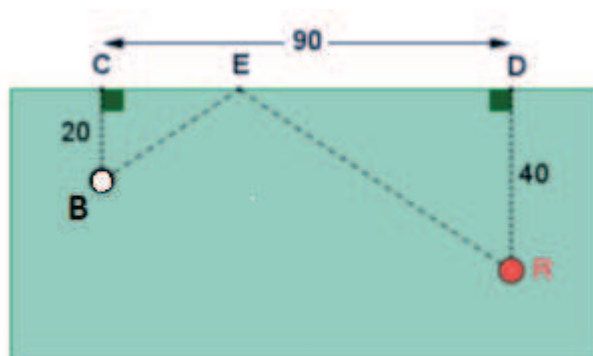
1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, réaliser une figure de l'espace à aménager ABCD ainsi que des deux aires de stationnement.
2. En déplaçant le point M sur [AB], déterminer la position qui répond aux conditions fixées par la mairie de Cayenne.
3. Si on note x la longueur AM, on peut démontrer que l'aire de stationnement, en hm^2 , est donnée par :

$$A(x) = x^2 - 4x + 24.$$
A l'aide d'un tableur vérifier la conjecture émise au 2.

Sujet n° 5 : UNE PARTIE DE BILLARD

Le rectangle ci-dessous représente une table de billard. B et R sont deux boules de billard respectivement blanche et rouge. L'unité est le centimètre.

Un joueur doit toucher la boule R avec la boule B après un rebond sur le bord du billard.



1. Faire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, E étant un point mobile sur [CD].

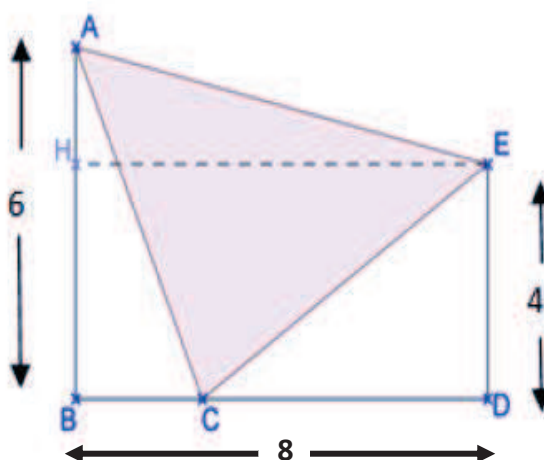
Pour toucher la boule R avec la boule B, celle-ci doit venir taper le billard au point E, situé entre C et D, de telle façon que les angles \widehat{CEB} et \widehat{DER} aient même mesure.

2. En affichant les mesures des angles \widehat{CEB} et \widehat{DER} , émettre une conjecture concernant la longueur CE.
3. Vérifier la conjecture émise à l'aide d'un tableur qu'on affiche dans une nouvelle fenêtre.

Sujet n° 6 : TRIANGLES RECTANGLES

On considère la figure ci-dessous sur laquelle on a :

- $AB = 6$ cm ; $BD = 8$ cm et $ED = 4$ cm
- $H \in [AB]$
- $HEDB$ est un rectangle
- C est un point libre sur $[BD]$



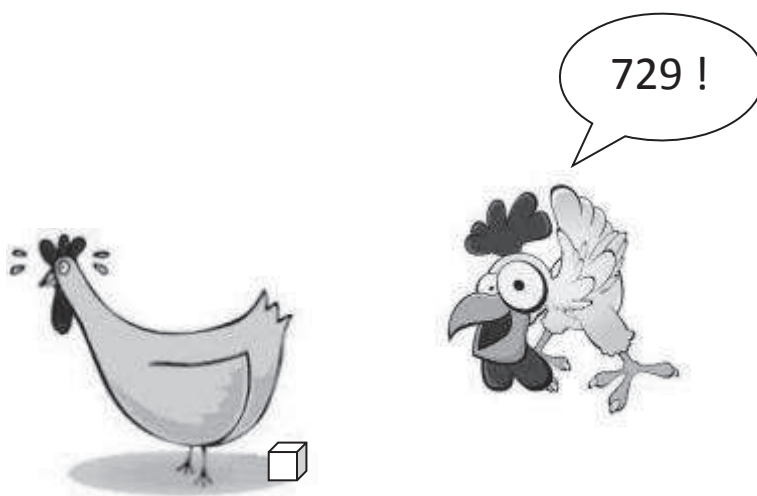
1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, réaliser cette figure et afficher la longueur BC .
2. Quelle doit-être la valeur de la distance BC pour que le triangle ACE soit rectangle en E ?
3. Quelle doit-être la valeur de la distance BC pour que le triangle ACE soit rectangle en C ?

Sujet n° 7 : ETUDE DE PRIX

Un éleveur de poules possède 32 poules qu'il nourrit au grain. L'éleveur s'est renseigné auprès de deux fournisseurs de grains. Voici les propositions obtenues :

FOURNISSEUR 1	FOURNISSEUR 2 (coopérative)
5 euros le kilogramme de grains	L'achat d'une carte d'adhérent à 49 euros est obligatoire. Le prix « adhérent » est alors à 4,75 euros par kilogrammes de grains.

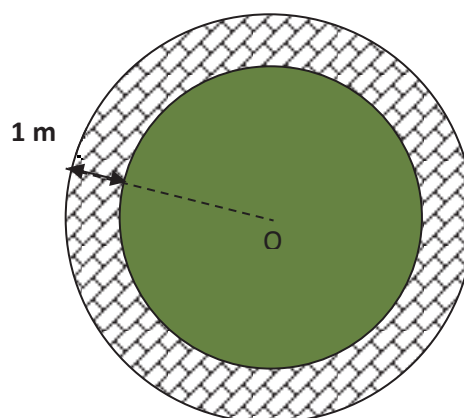
1. A l'aide d'un tableur, déterminer quel est le fournisseur le plus intéressant.
2. Faire afficher le graphique correspondant.
3. Sachant que chaque poule consomme 200 g de grains par jour, quel est le fournisseur que cet éleveur va choisir pour sa commande **mensuelle** ?



Sujet n° 8 : LE MASSIF



Monsieur V. veut créer dans son jardin un massif de fleurs circulaire bordé de dalles selon le plan ci-dessous. Les deux cercles ont le même centre O.



Monsieur V. désire une allée de 1 m de largeur mais il ne dispose de dalles que pour recouvrir une surface de 50 m^2 et ne veut pas en acheter d'autres.

Il se demande donc quel est le plus grand massif qu'il peut réaliser.

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, réaliser une figure représentant la situation et déterminer quel est le plus grand rayon que Monsieur V. pourra donner à son massif.
2. Monsieur V. a besoin avant de commencer ces travaux de connaître la valeur du rayon au cm près. En utilisant un tableur, l'aider à obtenir cette précision.

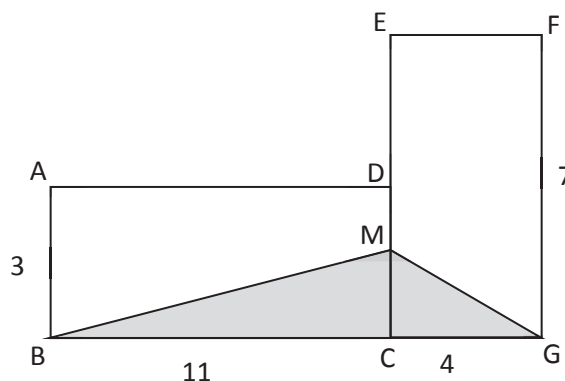
Sujet n° 9 : CREATION D'UN VERGER

Un agriculteur possède deux champs rectangulaires et adjacents (ABCD et CEFG) dans lesquels il fait paître des bœufs.

Il veut maintenant créer un verger, où il plantera des arbres fruitiers, de forme triangulaire (BMG) comme indiqué sur la figure ci-dessous.

L'unité est l'hectomètre (hm).

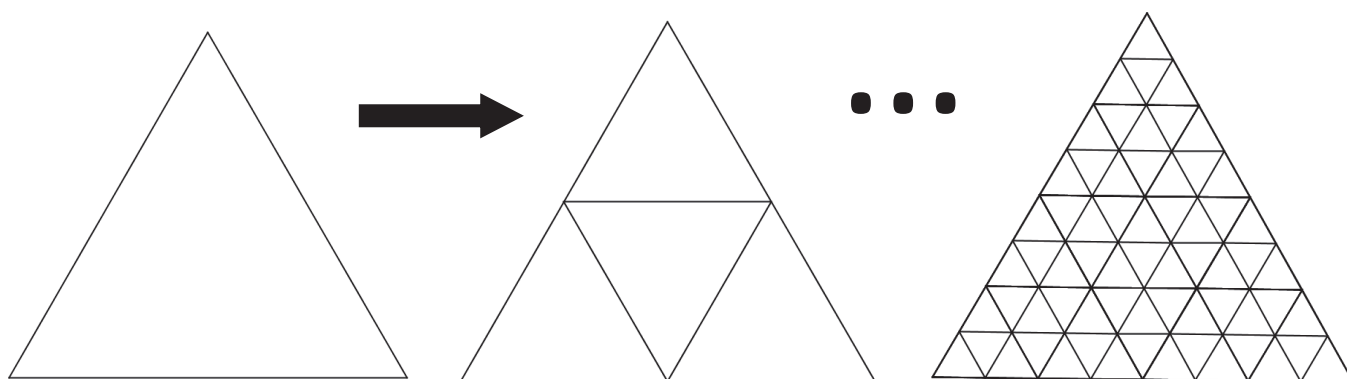
Il veut cependant que les aires restantes à disposition des bêtes dans chaque pré soient égales : autrement dit que les quadrilatères ADMB et EFGM aient la même aire.



1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, réaliser une figure illustrant l'énoncé.
2. Afficher les aires des quadrilatères ADMB et EFGM et la longueur CM. Déplacer le point M sur le segment [CD]. Quelle position semble occuper le point M pour que les aires soient égales ?
3. A l'aide d'un tableur, essayer d'obtenir une meilleure approximation de la longueur CM solution du problème.

Sujet n° 10 : TRIANGLES DE SIERPINSKI

Partant d'un triangle équilatéral, les triangles de Sierpinski sont obtenus en répétant sans cesse le procédé de construction suivant : « on relie par trois segments les milieux des trois côtés du triangle équilatéral ».



Étape initiale

Étape 1

Après plusieurs étapes

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, représenter la figure à l'étape 1.
2. En combien de triangles, le triangle de départ a-t-il été découpé :
 - a. à l'étape 2 ;
 - b. à l'étape 5 ;
 - c. à l'étape 10 ?
3. Combien d'étapes sont nécessaires pour découper le triangle de départ en plus d'un milliard de petits triangles ?
4. Combien de triangles obtient-on à l'étape 30 ? Le nombre obtenu à l'aide des instruments (calculatrice ou tableur) est-il exact ?