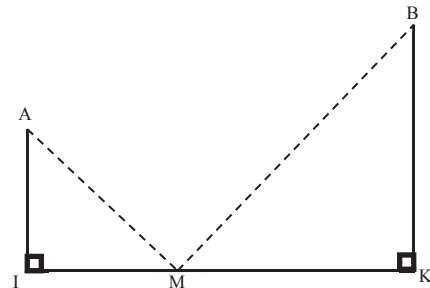


**Sujet n° 1 : Installation d'une canalisation**

**Énoncé**

On souhaite installer des canalisations d'eau provenant d'un point M, situé dans une rivière et atteignant les points A et B. La situation est schématisée par la figure ci-contre avec  $AI = 5$  km,  $BK = 7$  km et  $IK = 18$  km.

On cherche à placer le point M de façon à obtenir une longueur de canalisation minimale, c'est-à-dire de façon à rendre la somme  $MA + MB$  la plus petite possible.



**I. Partie expérimentale**

- 1) Faire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique. Afficher les longueurs  $IM$  et  $AM+MB$ .

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de la construction***

- 2) Conjecturer la position du point M permettant de répondre au problème.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**II. Partie démonstration**

- 1) Soit J le symétrique de A par rapport à  $(IK)$ . Montrer que  $AM + MB = JM + MB$ .  
Où doit-on placer M pour que la distance  $JM + MB$  soit la plus courte possible ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) Quelle est alors la mesure de  $[IM]$  ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**Sujet n°2 : Lancer de deux dés**

**Énoncé**

Lors du lancer de deux dés cubiques bien équilibrés, numérotés chacun de 1 à 6, on s'intéresse à la somme des chiffres obtenus sur chaque face du haut.

Le but est de déterminer la somme ayant le plus de chance de sortir lors du lancer de deux dés, ainsi que la fréquence d'apparition de toutes les sommes.

**I. Partie expérimentale**

- 1) A l'aide d'un tableur, simuler 100 lancers de deux dés.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) Afficher les effectifs des sommes possibles, calculer les fréquences d'apparition des sommes possibles et en afficher un diagramme en barres. Effectuer plusieurs simulations en utilisant la touche F9 (ou CTRL+MAJ+ F9). Emettre une conjecture.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**II. Partie démonstration**

- 1) Quelles sont les fréquences théoriques d'apparition des sommes possibles ? Quelle conclusion peut-on en tirer ?
- 2) Comment expliquer la différence entre les résultats de la partie expérimentale et ceux de la partie théorique ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**Sujet n°3 : Des familles de trois enfants**

**Énoncé**

On suppose que :

- chaque naissance a autant de chances d'être celle d'un garçon que celle d'une fille,
- le sexe d'un enfant d'une famille ne dépend pas du sexe des enfants précédents.

Dans une famille de trois enfants, Antoine pense qu'il y a une chance sur deux pour que les trois enfants soient du même sexe. Que penser de cette affirmation ?

**I. Partie expérimentale**

- 1) A l'aide d'un tableur, simuler 150 compositions de familles de trois enfants en faisant afficher les éléments suivants :

	A	B	C	D	E	F
	Famille n°	1 <sup>er</sup> enfant	2 <sup>ème</sup> enfant	3 <sup>ème</sup> enfant	Nombre de filles	Nombre de garçons
1						
2	1					
3	2					
4	3					
150						
151	150					

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de la feuille de tableur.***

- 2) A l'aide du tableur, déterminer la fréquence des familles ayant trois enfants du même sexe lors de cette simulation. Effectuer plusieurs simulations en utilisant la touche F9 (ou CTRL MAJ F9). Que pensez-vous de la conjecture d'Antoine ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de la conjecture.***

**II. Partie démonstration**

- 1) Dessiner un arbre représentant les différentes compositions possibles d'une famille de trois enfants.
- 2) Déterminer la probabilité d'avoir trois enfants du même sexe et conclure.
- 3) Comment expliquer la différence entre les résultats de la partie théorique et ceux de la partie expérimentale ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre démonstration.***

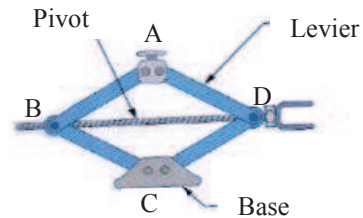
**Sujet n°4 : Cric de voiture**

**Énoncé**

Un cric est un appareil articulé qu'on peut placer sous une voiture pour la soulever (par exemple pour changer une roue).

Chaque branche du levier du cric ci-contre mesure 26 cm. De quelle hauteur le cric s'ouvre-t-il quand la longueur du pivot entre les branches atteint 20 cm ?

On suppose qu'au départ le cric est en position aplatie.



**I. Partie expérimentale**

- 1) Faire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de la construction.***

- 2) Emettre une conjecture.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de la conjecture.***

**II. Partie démonstration**

- 1) Quelle figure géométrique représente le cric ? Quelles sont ses propriétés ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre réponse.***

- 2) Démontrer la conjecture.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre démonstration.***

**Sujet n°5 : Egalité d'aires**

**Énoncé**

On considère un carré ABCD tel que  $AB = 10$ .

Pour tout point M du segment [AB], on considère le point J du segment [AD] et le point I tels que le quadrilatère AMIJ soit un carré.

On appelle H le point d'intersection des droites (MI) et (DC).

Le but de l'exercice est de déterminer s'il est possible de choisir un point M du segment [AB] tel que les aires du triangle CID et du carré AMIJ soient égales.

**I. Partie expérimentale**

- 1) Faire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.  
Afficher les distances AM et HI ainsi que les aires respectives du triangle CID et du carré AMIJ.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de la construction.***

- 2) Faire varier le point M sur le segment [AB], puis émettre une conjecture.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de la conjecture.***

**II. Partie démonstration**

- 1) On note  $x$  la longueur du segment [AM]. Exprimer en fonction de  $x$  l'aire de AMIJ et de CID.
- 2) Traduire ce problème par une équation d'inconnue  $x$ . Montrer que cette équation est équivalente à l'équation :  $(x + 10)(x - 5) = 0$ .

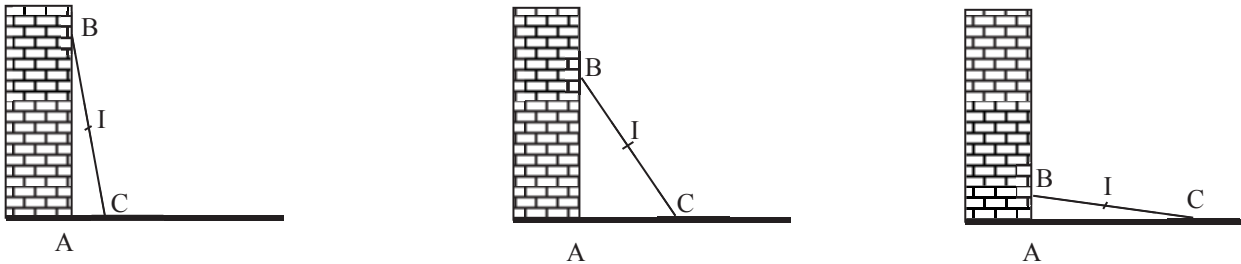
***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre démonstration.***

- 3) Démontrer la conjecture.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre démonstration.***

**Sujet n°6 : Une échelle qui glisse**

Un peintre a posé une échelle  $[BC]$ , de longueur 4 m, contre un mur mais cette échelle a glissé à terre. Le mur et le sol sont perpendiculaires.



Le peintre, qui est féru de mathématiques, se demande alors quelle figure a décrit le milieu  $I$  de l'échelle pendant sa chute.

**I. Partie expérimentale**

- 1) A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique réaliser une figure illustrant l'énoncé.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) Afficher la trace du point  $I$ . Quelle figure décrit le milieu  $I$  de  $[BC]$  pendant la chute de l'échelle ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**II. Partie démonstration**

- 1) Calculer la longueur  $AI$ .
- 2) En déduire une démonstration de votre conjecture.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**Sujet n°7 : Etude de prix**

Un éleveur de poules possède 32 poules qu'il nourrit au grain. L'éleveur s'est renseigné auprès de deux fournisseurs de grains. Voici les propositions obtenues :

FOURNISSEUR 1	FOURNISSEUR 2 (coopérative)
5 euros par kilogramme de grains	L'achat d'une carte d'adhérent à 49 euros est obligatoire. Le prix « adhérent » est alors à 4,75 euros par kilogramme de grains

**I. Partie expérimentale**

- 1) A l'aide d'un tableur, déterminer à partir de quelle quantité achetée le fournisseur 2 devient plus intéressant que le fournisseur 1.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) Proposer une inéquation permettant de résoudre la question 1/.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**II. Partie démonstration**

Sachant que chaque poule consomme 200 g de grains par jour, quel est le fournisseur que cet éleveur va choisir pour sa commande **mensuelle** ? Expliquer et justifier la réponse.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**Sujet n°8 : Prévisions de ventes**

A la fin de l'année 2012, un constructeur automobile s'apprête à définir des nouveaux objectifs de vente pour l'année 2013. Pour cela il se base sur les chiffres des années précédentes (tableau ci-dessous), pour en déduire une tendance qui va lui permettre d'estimer les ventes pour l'année suivante.

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Véhicules vendus en millions	1,6	1,8	1,67	1,51	1,54	1,3

**I. Partie expérimentale**

- 1) A l'aide d'un tableur, reproduire ce tableau et le représenter graphiquement par un nuage de points.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) En cliquant droit sur le nuage de points, faire apparaître une courbe de tendance et estimer les ventes pour l'année 2013.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**II. Partie démonstration**

- 1) L'idée de cette partie est de remplacer le nuage de points par une droite (comme a procédé le tableur, mais la méthode proposée est plus simple). Pour cela nous allons répartir les données en deux sous-groupes.

Année	2007	2008	2009
Véhicules vendus en millions	1,6	1,8	1,67

Année	2010	2011	2012
Véhicules vendus en millions	1,51	1,54	1,3

Calculer les coordonnées des points  $G_1(x_1; y_1)$  et  $G_2(x_2; y_2)$  où :

- $x_1$  est la moyenne des années du tableau 1 et  $y_1$  la moyenne des véhicules vendus du tableau 1
- $x_2$  est la moyenne des années du tableau 2 et  $y_2$  la moyenne des véhicules vendus du tableau 2

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre démonstration.***

- 2) Combien de véhicules, ce constructeur peut-il espérer vendre en 2013 ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre réponse.***

- 3) (*facultatif*) Sachant qu'au mois de Mai 400 000 véhicules ont déjà été vendus, atteindra-t-il son objectif annuel à ce rythme ?



**Sujet n°9 : Taux de remplissage du cylindre par un pavé droit**

Dans un disque, on met un carré de côté maximum. On calcule ensuite le taux de remplissage en % qui est égal à :  $(\text{aire du carré} / \text{aire du disque}) \times 100$ . Quelle est sa valeur ? Dépend-elle de la taille du disque ? On construit un cylindre de base le disque et un pavé droit de base le carré, tous deux ont la même hauteur. Que pensez du taux de remplissage du cylindre par le pavé ?

**I. Partie expérimentale**

- 1) Faire une figure dynamique. On attend de vous de voir un disque variable et un carré le plus grand possible à l'intérieur. L'examineur va agrandir ou rétrécir ou déplacer votre disque et il attend que le carré à l'intérieur soit toujours le plus grand possible.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de la construction.***

- 2) Faire afficher l'aire du disque, l'aire du carré et la valeur d'une variable égale au taux de remplissage. Faire varier le disque (déplacement, taille, orientation) et émettre une conjecture.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de la conjecture.***

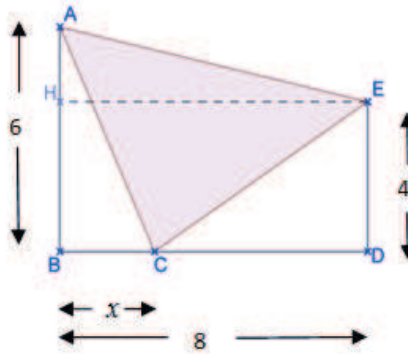
**II. Partie démonstration**

Le rayon du disque étant égal à  $x$ , calculer l'aire du disque en fonction de  $x$  et l'aire du carré en fonction de  $x$ . Calculer le taux de remplissage et prouver la conjecture. Et pour le taux de remplissage du cylindre par le pavé ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de votre démonstration.***

**Sujet n° 10 : Triangle rectangle inscrit dans un trapèze**

On considère la figure ci-dessous tels que  $AB = 6$  cm ;  $BD = 8$  cm ;  $ED = 4$  cm et  $BC = x$  cm.  $HEDB$  est un rectangle et  $H \in [AB]$ .



**I. Partie expérimentale**

- 1) A l'aide d'un logiciel de géométrie, réaliser cette figure.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) En déplaçant le point C entre les points B et D, émettre une conjecture sur la valeur de x de sorte que le triangle ACE soit rectangle en E.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**II. Partie démonstration**

Démontrer la conjecture

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**Sujet n° 11 : Distance de deux dés**

**Énoncé**

Lors du lancer de deux dés cubiques bien équilibrés, numérotés chacun de 1 à 6, on s'intéresse à la distance des chiffres obtenus sur chaque face du haut. Par exemple si on tire un 3 et un 5, la distance est  $5 - 3 = 2$ .

Le but est de déterminer la distance ayant le plus de chance de sortir lors du lancer de deux dés, ainsi que la fréquence d'apparition de toutes les distances.

**I. Partie expérimentale**

- 1) A l'aide d'un tableur, simuler 100 lancers de deux dés.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification.***

- 2) Afficher les effectifs des distances possibles, calculer les fréquences d'apparition des distances possibles et en afficher un diagramme en barres. Effectuer plusieurs simulations en utilisant la touche F9 (ou CTRL+MAJ+ F9). Emettre une conjecture.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification de la conjecture.***

**II. Partie théorique**

- 1) Quelles sont les fréquences théoriques d'apparition des distances possibles ? Quelle conclusion peut-on en tirer ?
- 2) Comment expliquer la différence entre les résultats de la partie expérimentale et ceux de la partie théorique ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification des réponses.***

**Sujet n° 12 : Programme de calcul**

On considère les deux programmes de calcul suivants :

Programme 1	Programme 2
Choisir un nombre Lui ajouter 2 Calculer le carré du résultat Diviser le tout par 2.	Choisir un nombre Trouver le carré de ce nombre Ajouter le quadruple du nombre choisi Ajouter 4 au résultat Diviser le tout par 2.

**I. Partie expérimentale**

- 1) Si on choisit le nombre 10, quels résultats obtient-on pour les deux programmes ? Et avec le nombre 30 ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) A l'aide d'un logiciel, calculer tous les résultats donnés par les programmes pour tous les nombres entiers compris entre 0 et 30. Emettre une conjecture en observant les résultats des deux programmes.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**II. Partie théorique**

- 1) Si on appelle  $x$  le nombre choisi au départ pour chacun des deux programmes, donner les résultats des programmes 1 et 2 en fonction de  $x$ .

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) Prouver la conjecture.

**Sujet n°13 : La piscine**

Monsieur WATA veut inscrire son fils à la piscine municipale. Son fils ne pourra y aller qu'une fois par semaine. La piscine est fermée 4 semaines en août pour l'entretien et les réparations. Il veut savoir quelle formule sera la plus intéressante pour lui.

Les tarifs sont indiqués ci-dessous :

- Formule A : chaque séance coûte 2,50 €
- Formule B : Abonnement 50 € pour l'année, puis chaque séance coûte 1,20 €
- Formule C : Abonnement 150 € pour l'année

**I. Partie expérimentale**

- 1) En vous aidant d'un tableur, représenter le prix payé pour un nombre de séances compris entre 1 et 80 avec chaque formule.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) Représenter graphiquement les trois tarifs en fonction du nombre de séances.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 3) Choisir la formule la plus intéressante pour M. WATA.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**II. Partie théorique**

En résolvant des inéquations, indiquer le nombre de séances à partir duquel la formule B est plus intéressante que la formule A, et le nombre de séances à partir duquel la formule C est plus intéressante que la formule B.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

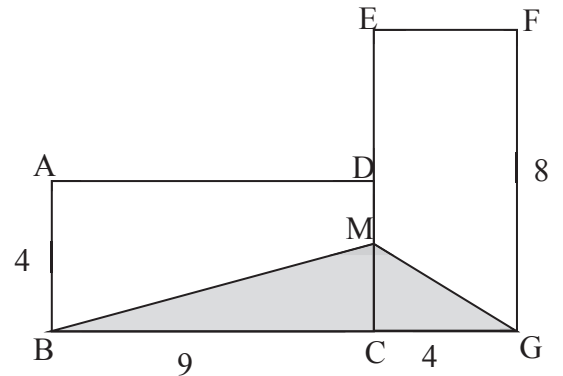
**Sujet n°14 : Création d'un verger**

Un agriculteur possède deux champs rectangulaires et adjacents (ABCD et CEFG) dans lesquels il fait paître des bœufs.

Il veut maintenant créer un verger, où il plantera des arbres fruitiers, de forme triangulaire (BMG) comme indiqué sur la figure ci-dessous.

L'unité est l'hectomètre (hm).

Il veut cependant que les aires restantes à disposition des bêtes dans chaque pré soient égales : autrement dit que les quadrilatères ADMB et EFGM aient la même aire.



**I. Partie expérimentale**

- 1) A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique réaliser une figure illustrant l'énoncé.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) Afficher les aires des quadrilatères ADMB et EFGM et la longueur CM. Déplacer le point M sur le segment [CD].
- 3) Quelle position semble occuper le point M pour que les aires soient égales ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**II. Partie théorique**

On note  $x$  la longueur CM.

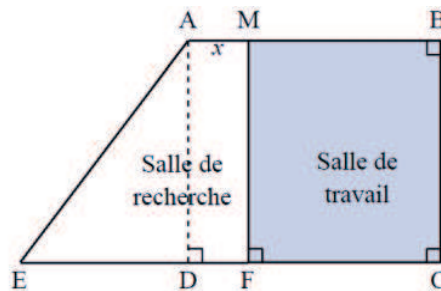
- 1) Exprimer en fonction de  $x$  l'aire de ADMB.
- 2) Exprimer en fonction de  $x$  l'aire de EFGM.
- 3) Démontrer votre conjecture.

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**Sujet n°15 : Aménagement d'un CDI**

La figure ci-dessous est une vue de la surface au sol du CDI d'un collège. Ce CDI doit être réaménagé en deux parties distinctes : une salle de recherche et une salle de travail. ABCE est un trapèze rectangle tel que :  $AB = 9$  m,  $BC = 8$  m et  $DE = 6$  m.

La documentaliste souhaite que l'aire de la salle de travail soit égale à celle de la salle de recherche.



**I. Partie expérimentale**

- 1) A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, représenter la configuration ci-dessus, en veillant à ce que M soit un point libre sur le segment [AB].

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

- 2) A l'aide du logiciel, faire apparaître la longueur AM, l'aire de la salle de travail et celle de la salle de recherche, puis déplacer le point M afin de faire varier ces mesures.
- 3) Pour quelle valeur de AM les deux salles semblent-elles avoir la même aire ?

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***

**II. Partie théorique**

Démontrer la conjecture de la question 3).

***Appeler l'examineur pour une aide ou une vérification***