Sujet n° 1 : Durée de vol

La compagnie Lagwiyannair vient de renouveler sa flotte par l'acquisition de deux avions LET-410 pour assurer la liaison entre Cayenne et Saint Laurent du Maroni d'une part et Cayenne et Saint Georges d'autre part. Pour cela elle doit modifier certaines informations sur son site Internet, notamment les durées de voyage.

Stagiaire dans la compagnie, tu es chargé, à l'aide de ces deux documents (ci-contre et ci-dessous) de déterminer les nouvelles durées de vol.

Modèle : LET-410
Longueur : 14,42 m
Hauteur : 5,83 m
Vitesse moyenne : 311 km/h

Sujet n° 2 : Fusées de lancement

Le Centre spatial guyanais (CSG) est une base de lancement française et européenne, située près de Kourou qui a été mise en service en 1968. La fusée européenne Ariane 5, utilisée principalement pour le lancement des satellites de télécommunications, est tirée depuis cette base. Pour compléter Ariane 5 deux nouveaux nouveaux types de fusée ont été introduits - Vega(inauguration en 2012) et Soyouz (inauguration en 2011) - permettant à l'Agence spatiale européenne (ESA) de disposer d'une gamme complète de lanceurs.

Vega

Ariane 5

Soyouz

- La hauteur de Soyouz est égale à 50 m.
- La hauteur d'Ariane 5 dépasse celle de Vega de 26,25 mètres.
- Le double de la hauteur de Vega (en mètres) auquel on rajoute 0,5 m est égal à la hauteur d'Ariane 5 (en mètres).

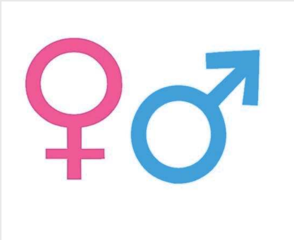
Le constructeur de Soyouz a déclaré : « notre fusée est la plus haute parmi les trois lanceurs de la base de Kourou ». Que pensez-vous de cette déclaration ?

Sujet n° 3 : Moyenne

Dans une classe de 35 élèves, la moyenne trimestrielle des filles est 12 et celle des garçons 9,5.

La moyenne de la classe est 10,5.

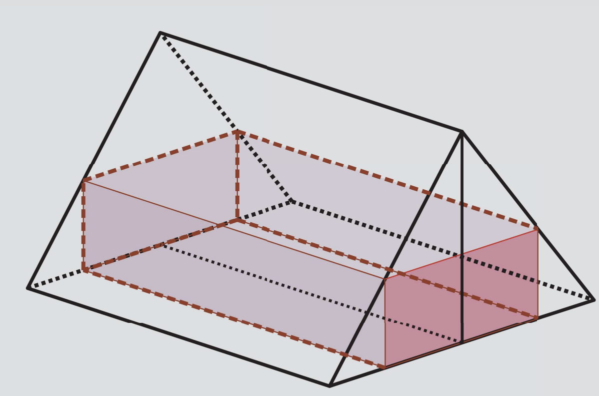
Combien y-a-t-il de filles ?

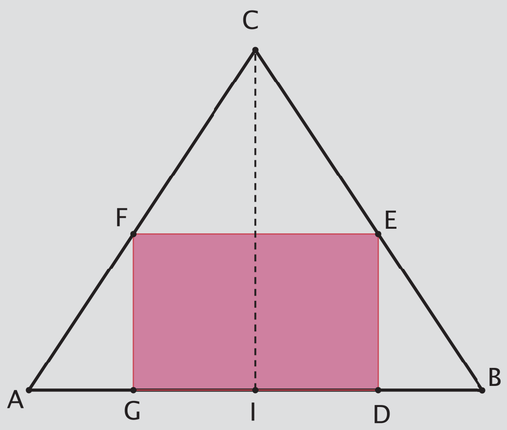


Sujet n° 4 : Aménagement de combles

Énoncé : Dans les combles d'une maison, on veut construire une pièce en forme de pavé droit dont le volume soit le plus grand possible. En fixant la longueur de la pièce à 8m, la coupe verticale de la toiture est alors une section rectangulaire DEFG dont l'aire doit être maximale.

ABC est un triangle isocèle en C avec AB = 4,7 m. I est le milieu du segment [AB] et IC = 3,68 m.





Quelle est la position du point D pour que le volume de la pièce à construire soit maximum ?

Notation :

On note $x = \text{DB}$.

1) À l'aide du logiciel GeoGebra, réaliser une figure dynamique. (D est un point qui se déplace sur le segment [IB])

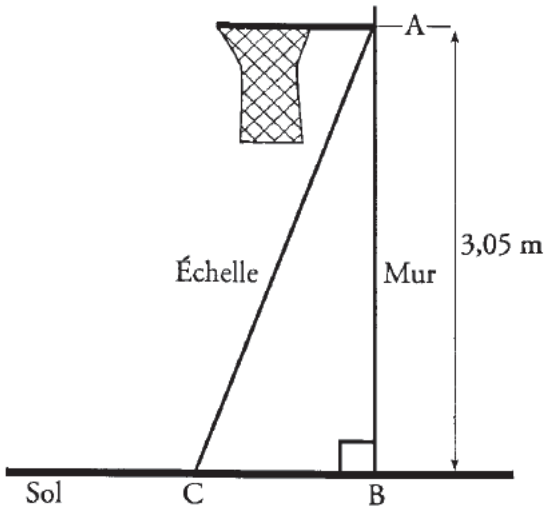
2) Conjecturer l'existence d'une aire maximale pour le rectangle DEFG. Pour quelle valeur de x, cette aire semble-t-elle maximale ?

3) À l'aide du tableur de GeoGebra , afficher les différentes valeurs de l'aire du rectangle DEFG en déplaçant le point D de I vers B. A-t-on la même conjecture ?

4) On démontre que l'aire du rectangle DEFG peut s'écrire $A(x) = \dfrac{184}{1175} \times x \times (47 - 20x)$ et que son maximum est atteint pour 4,324 m^2.

Déterminer la position exacte du point D pour que l'aire de la section rectangulaire soit maximale et en déduire, dans ce cas, le volume de la pièce.

Sujet n^o 5 : Panier de Basket

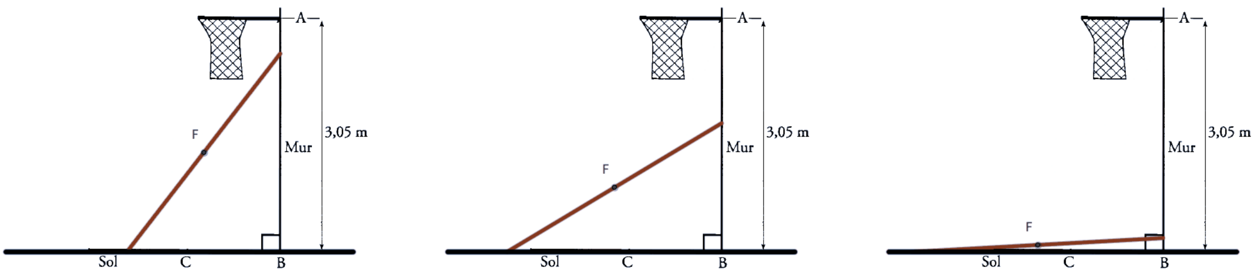


1. Tony veut installer chez lui un panier de basket. Il doit le fixer à 3,05 m du sol. L'échelle dont il se sert mesure 3,20 m de long.

A quelle distance du pied du mur doit-il placer l'échelle pour que son sommet soit juste au niveau du panier ?
(Donner une valeur approchée au cm près.)

2. Calculer l'angle formé par l'échelle et le sol.
(Donner une valeur approchée au degré près.)

3. Tony, qui est féru de mathématiques, se demande alors quelle figure pourrait-il décrire le milieu F de l'échelle si cette dernière chutait en glissant à terre ?



En simulant la chute de l'échelle, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, afficher la trace du point F.

Justifier, alors, la nature de la figure décrite par le point F.

Sujet n^{o} 6 : Programmes de calcul

On considère le programme de calcul suivant :

Choisir un nombre Prendre son double Ajouter 3 Calculer le carré du résultat Enlever 9

Partie I

1. A l'aide d'un tableur, faire fonctionner le programme avec des nombres entiers positifs.
2. Les affirmations suivantes vous semblent-elles vraies ou fausses ?

Affirmations	**VRAI**	**FAUX**
Le programme de calcul ne donne jamais un résultat divisible par 3		
Le résultat est un multiple de 4		
8 est toujours un diviseur du résultat		

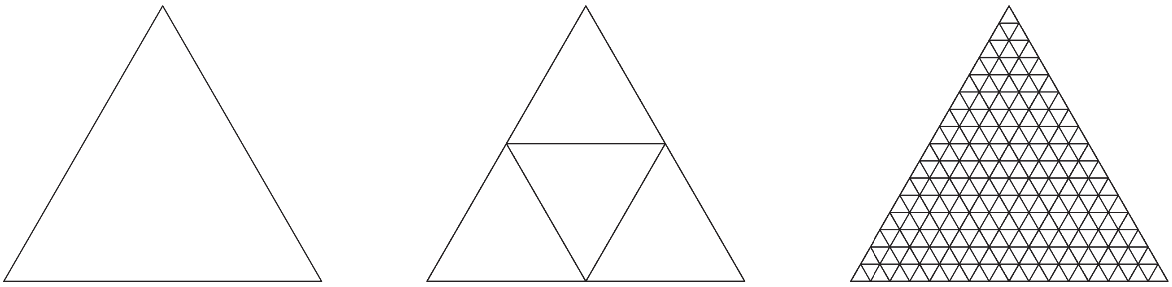
Partie II

On choisit maintenant au départ un nombre quelconque.
Les affirmations suivantes vous semblent-elles vraies ou fausses ?

Affirmations	**VRAI**	**FAUX**
Le programme donne toujours un résultat positif		
Le programme donne 0 pour exactement deux nombres		
Le programme peut donner -10 comme résultat		

Sujet n^o 7 : Triangles de Sierpinski

Partant d'un triangle équilatéral, les triangles de Sierpinski sont obtenus en réitérant sans cesse le procédé de construction suivant : « on relie par trois segments les milieux des trois côtés du triangle équilatéral ».



Étape initiale **Étape 1** **Après plusieurs étapes**

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, représenter la figure à l'étape 1.

2. En combien de triangles, le triangle de départ a-t-il été découpé :

a. à l'étape 2 ;
b. à l'étape 5 ;
c. à l'éape 10 ?

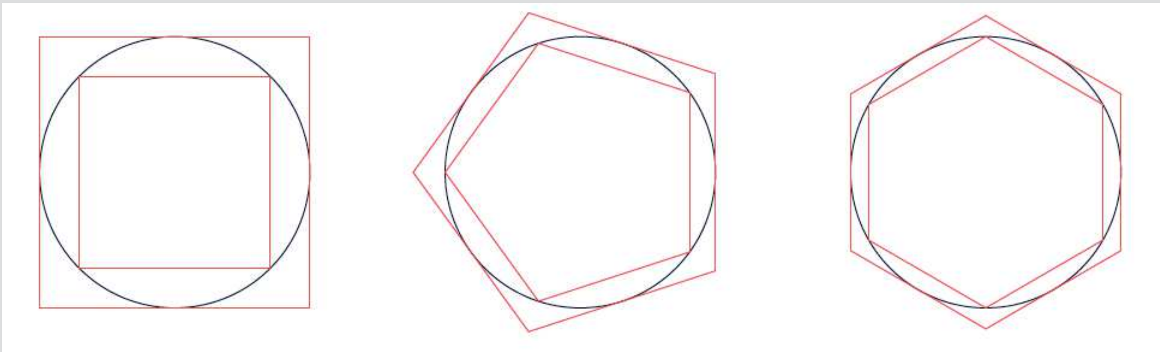
3. Combien d'étapes sont nécessaires pour découper le triangle de départ en plus d'un milliard de petits triangles ?

4. Combien de triangles obtient-on à l'étape 30 ? Le nombre obtenu à l'aide des instruments (calculatrice ou tableur) est-il exact ?

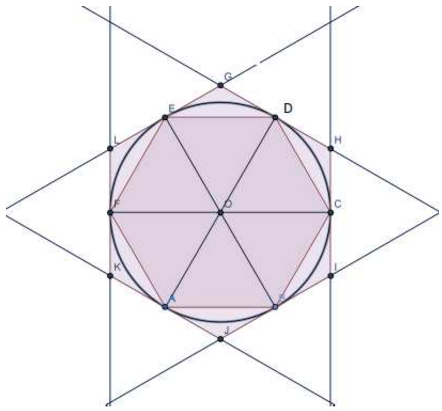
Sujet n° 8 : Archimède et le nombre π

Le nombre π est, on pourrait dire par définition, la circonférence d'un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre 1.

L'idée d'Archimède, qui savait comparer et mesurer des longueurs de segments de droite, est d'encadrer ce nombre π par les périmètres de polygones inscrits dans $\mathcal{C}$ ou circonscrits à ce cercle.



Quel encadrement de π obtient-on avec cette méthode ?



Partie I : constructions.

1) À l'aide de GeoGebra, construire un segment [AB] de longueur 1 cm puis, à partir de ce segment, construire un hexagone régulier ABCDEF.

2. Construire le cercle circonscrit à l'hexagone ABCDEF. On nommera O son centre.

3. Construire l'hexagone régulier GHIJKL comme indiqué sur la figure ci-contre.

Partie II : approximation de π.

4. Afficher le périmètre P_1 de l'hexagone ABCDEF et le périmètre P_2 de l'hexagone GHIJKL.

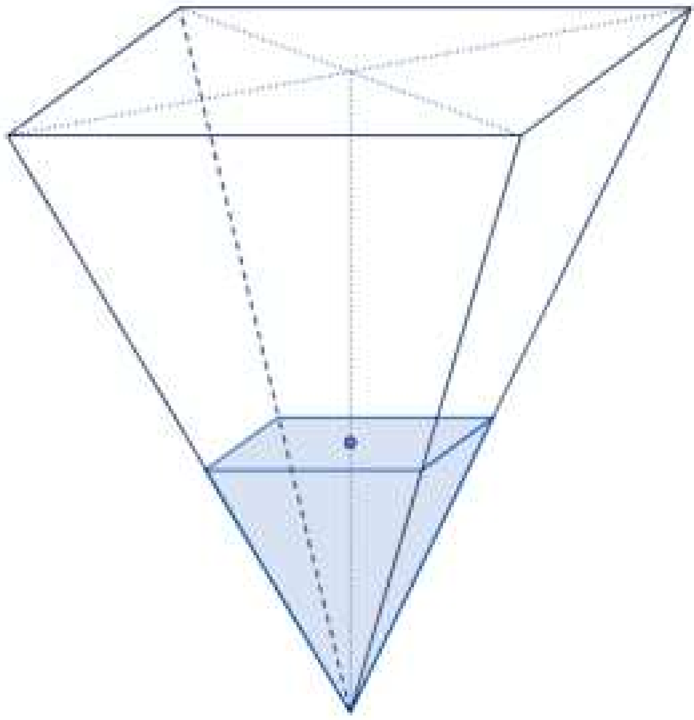
5. En déduire un encadrement du nombre π au centième.

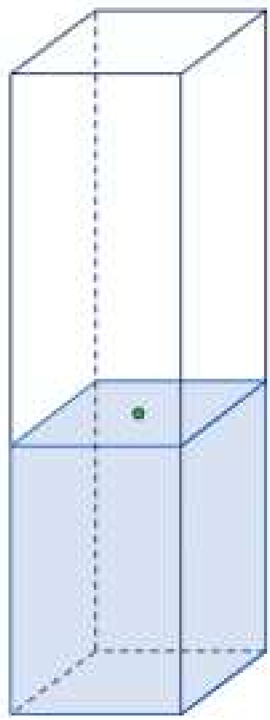
Partie III : et si on faisait mieux ! !

6. Réaliser une figure dynamique où le nombre de côtés de chaque polygone varie entre 3 et 60.

7. Donner alors une approximation de π avec quinze décimales.

Sujet n° 9 : Remplissage de la pyramide et du pavé droit





On dispose de deux récipients :

- le premier a la forme d'une pyramide de hauteur 15 cm et dont la base est un carré de côté 6 cm,
- le deuxième a la forme d'un parallélépipède rectangle de hauteur 15 cm et dont la base est un carré de côté 2 cm.

On remplit les récipients avec une même hauteur d'eau.

Y a-t-il une hauteur pour laquelle les deux volumes d'eau sont égaux ?